

## Berechenbarkeit und Komplexität WS 2008/09 – Übungsblatt 1 –

Abgabe bis zum 24.10.2008 um 12:00 (Sammelkasten Lehrstuhl Informatik I)  
Besprechung der Lösungen in der Woche vom 27.-31.10.2008 in den Kleingruppenübungen

### Aufgabe 1

(5+5 Punkte)

Geben Sie die formale Darstellung der Sprache für die nachfolgenden Entscheidungsprobleme an. Machen Sie sich dabei insbesondere Gedanken zur Kodierung der Eingabe, zur Eingabelänge und zur Alphabetgröße.

- Ein Hamiltonpfad in einem Graphen  $G$  ist ein Pfad in  $G$ , der jeden Knoten genau einmal besucht. Die Sprache des Hamiltonpfad-Problems  $L_{\text{Hamilton}}$  enthält alle Graphen, die mindestens einen Hamiltonpfad besitzen.
- Das Subset-Sum-Problem enthält als Eingabe eine Menge  $M$  von natürlichen Zahlen und eine natürliche Zahl  $b$ . Die Sprache  $L_{\text{Subset-Sum}}$  beinhaltet alle Teilmengen von  $M$ , welche sich genau zu  $b$  addieren.

### Aufgabe 2

(5+5 Punkte)

Geben Sie formal eine Turingmaschine über  $\Sigma = \{0, 1\}$  an, die für eine auf dem Eingabeband befindliche Binärzahl  $w \in \Sigma^* \setminus \{\varepsilon\}$  (das höchstwertige Bit stehe jeweils links)

- den Wert  $w + 1$  berechnet.
- den Wert  $\lfloor \frac{1}{2} \cdot w \rfloor$  berechnet.

### Aufgabe 3

(10 Punkte)

Eine Turingmaschine  $M = (Q, \Sigma, \Gamma, B, q_0, \bar{q}, \delta)$  sei wie folgt gegeben:  $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, \bar{q}\}$ ,  $\Sigma = \{0, 1\}$ ,  $\Gamma = \Sigma \cup \{B\}$ , und  $\delta$  durch die folgende Tabelle:

|       | 0             | 1             | B                 |
|-------|---------------|---------------|-------------------|
| $q_0$ | $(q_0, 0, R)$ | $(q_0, 1, R)$ | $(q_1, B, L)$     |
| $q_1$ | $(q_2, B, R)$ | $(q_3, B, R)$ | $(\bar{q}, B, R)$ |
| $q_2$ | $(q_4, 0, L)$ | $(q_4, 0, L)$ | $(q_4, 0, L)$     |
| $q_3$ | $(q_4, 1, L)$ | $(q_4, 1, L)$ | $(q_4, 1, L)$     |
| $q_4$ | $(q_4, 1, R)$ | $(q_4, 0, R)$ | $(q_1, B, L)$     |

Beschreiben Sie das Verhalten von  $M$  auf einer beliebigen Eingabe  $w \in \{0, 1\}^*$ .