

Prof. Dr. Ir. J.-P. Katoen
C. Kern, S. Rieger, A. Skopalik

Berechenbarkeit und Komplexität WS 2008/09 – Übungsblatt 10 –

Abgabe bis zum 16.1.2009 um 12:00 (Sammelkasten Lehrstuhl Informatik I)
Besprechung der Lösungen in der Woche vom 19.-23.1.2009 in den Kleingruppenübungen

Aufgabe 1

(10 Punkte)

Ändere den Beweis des *Satzes von Cook* so ab, dass die entstehende Formel in KNF (Konjunktiver Normalform) vorliegt.

Aufgabe 2

(5+5 Punkte)

- (a) Das Kreisüberdeckungsproblem CYCLECOVER ist das folgende Entscheidungsproblem:

Eingabe: Ein Graph $G = (V, E)$.

Ausgabe: Ja, gdw. G eine Kreisüberdeckung enthält, d. h. es existiert eine Menge von Kreisen in G , so dass jeder Knoten in V in genau einem dieser Kreise enthalten ist.

Zeige:

$$\text{CYCLECOVER} \leq_p \text{SAT}.$$

(Achtung: Mit dieser Reduktion wird nicht die NP-Schwere von CYCLECOVER gezeigt, da dazu eine Reduktion der Form $\text{SAT} \leq_p \text{CYCLECOVER}$ nötig wäre. In der Tat gilt sogar $\text{CYCLECOVER} \in \text{P}$.)

- (b) Das Hamiltonkreisproblem HC ist das folgende Entscheidungsproblem:

Eingabe: Ein Graph $G = (V, E)$.

Ausgabe: Ja, gdw. G enthält einen Hamiltonschen Kreis, d. h. es existiert ein Kreis in G , der jeden Knoten genau einmal besucht.

Zeige:

$$\text{HC} \leq_p \text{SAT}.$$

(Achtung: Mit dieser Reduktion wird nicht die NP-Schwere von HC gezeigt, da dazu eine Reduktion der Form $\text{SAT} \leq_p \text{HC}$ nötig wäre.)

Aufgabe 3

(5+5 Punkte)

Das Optimierungsproblem K-TH SHORTEST PATH ist wie folgt definiert.

Eingabe: Ein Graph $G = (V, E)$ mit einer Quelle $s \in V$ und einer Senke $t \in V$, und eine Zahl $k \in \mathbb{N}$.

Ausgabe: Der k -t kürzeste Weg von s nach t in G .

Die Entscheidungsvariante des Problems ist dann entsprechend:

Eingabe: Ein Graph $G = (V, E)$ mit einer Quelle $s \in V$ und einer Senke $t \in V$, Zahlen $k \in \mathbb{N}$ und $l \in \mathbb{N}$.

Ausgabe: Ja, gdw. es mindestens k verschiedene Wege der Länge höchstens l von s nach t in G gibt.

- (a) Gib ein Zertifikat für die Entscheidungsvariante von k -th Shortest Path an.
- (b) Ist dieses Zertifikat polynomiell beschränkt?