RHEINISCH-WESTFÄLISCHE TECHNISCHE HOCHSCHULE AACHEN

LEHRSTUHL FÜR INFORMATIK II
RWTH Aachen · D-52056 Aachen
http://www-i2.informatik.rwth-aachen.de/

Prof. Dr. Ir. J.-P. Katoen
C. Kern, S. Rieger, A. Skopalik

Berechenbarkeit und Komplexität WS 2008/09
– Übungsblatt 2 –

Abgabe bis zum 31.10.2008 um 12:00 (Sammelkasten Lehrstuhl Informatik I)
Besprechung der Lösungen in der Woche vom 3.-7.11.2008 in den Kleingruppenübungen

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Geben Sie eine Registermaschine zur Berechnung von $\lfloor \sqrt[3]{n} \rfloor$ für eine Eingabe $n \in \mathbb{N}$ an. Sie dürfen dazu als arithmetische Operationen nur Addition und Multiplikation verwenden.

Aufgabe 2 (5+5 Punkte)

Für ein Wort $w = w_1 w_2 \dots w_n$, mit $w_i \in \Sigma$, bezeichnet $\bar{w} = w_n w_{n-1} \dots w_1$ das Wort w rückwärts gelesen. *Palindrome* sind die Wörter, die vorwärts und rückwärts gelesen das gleiche Wort ergeben. Dann ist $L = \{wa\bar{w} \mid w \in \Sigma^*, a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}\}$ die Sprache, die alle Palindrome enthält.

(a) Beschreibe eine 1-Band TM, die L akzeptiert. Analysiere den Zeit- und den Speicherplatzbedarf der von dir entworfenen Maschine.

(b) Beschreibe eine 2-Band TM, die L akzeptiert. Analysiere den Zeit- und den Speicherplatzbedarf der von dir entworfenen Maschine. Überlege dir zuerst, wie ein zweites Band für die Erkennung eines Wortes in L hilfreich sein kann.

(Hinweis: Es ist nicht erforderlich, die Turingmaschine komplett formal zu definieren. Aus der Beschreibung sollte aber jeder Berechnungsschritt eindeutig hervorgehen.)

Aufgabe 3 (5+5 Punkte)

(a) Sei $M = (Q, \Sigma, \Gamma, B, q_0, \bar{q}, \delta)$ eine 1-Band TM, deren Speicherplatzbedarf für eine Eingabe der Länge n maximal $s(n)$ beträgt. Zeige: Wenn M auf einer Eingabe w der Länge n hält, dann hält M auf w nach spätestens $(|Q| - 1) \cdot |\Gamma|^{s(n)} \cdot s(n) + 1$ Schritten.

(b) Wir haben in der Vorlesung gesehen, dass jede RAM von einer TM simuliert werden kann. Zeige, dass jede TM von einer RAM, die nur konstant viele Register benutzt, simuliert werden kann.