

Prof. Dr. Ir. J.-P. Katoen  
C. Kern, S. Rieger, A. Skopalik

## Berechenbarkeit und Komplexität WS 2008/09 – Übungsblatt 8 –

Abgabe bis zum 5.1.2009 um 10:00 (Sammelkasten Lehrstuhl Informatik I)  
Besprechung der Lösungen in der Woche vom 5.-9.1.2009 in den Kleingruppenübungen

### Aufgabe 1

(3+5+2 Punkte)

Seien

$$L = \{v\#w \mid v, w \in \{0, 1\}^* \text{ und } v \neq w\}$$

und

$$L' = \{v\#w \mid v, w \in \{0, 1\}^* \text{ und } v = w\}.$$

- Konstruieren Sie eine deterministische 1-Band TM  $M$ , die  $L$  entscheidet und die Laufzeit  $O(n^2)$  hat, wobei  $n = |v\#w|$ . Funktioniert dieses Vorgehen auch für  $L'$ ?
- Konstruieren Sie eine nichtdeterministische 1-Band TM  $M$ , die  $L$  erkennt und die Laufzeit  $O(n \log n)$  hat, wobei  $n = |v\#w|$ .
- Funktioniert eine ähnliche Vorgehensweise auch zur Konstruktion einer NTM mit dieser Laufzeit für die Sprache  $L'$ ?

### Aufgabe 2

(5+5 Punkte)

- Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage:

„Wenn für ein Entscheidungsproblem  $A$  ein Polynomialzeitverifizierer  $V$  existiert, der  $A$  mit Hilfe eines Zertifikats entscheidet, das nur logarithmisch in der Eingabelänge ist, dann gilt  $A \in \mathbf{P}$ .“

- Geben Sie ein Optimierungsproblem an, dessen Entscheidungsvariante beweisbar nicht in  $\mathbf{NP}$  liegt.

### Aufgabe 3

(10 Punkte)

Seit der Himmel diesen Bill zur Betreuung des himmlischen Großrechnersystems angeheuert hat, gibt es andauernd Abstürze. Heute ist es mal wieder so weit, dabei wartet der Weihnachtsmann gerade jetzt ganz dringend auf den Ausdruck seiner Planung für die Weihnachtsnacht. Würde der Himmelsrechner funktionieren, wäre das alles gar kein Problem, schließlich wurde der Rechner vor gar nicht allzu langer Zeit von Alan entworfen und verfügt über diesen tollen Nichtdeterminismus. Glücklicherweise findet der Weihnachtsmann auf seinem Dachboden noch einen alten Taschenrechner, eine nicht-deterministische Turingmaschine und ein altes Klapprad. Nun aber muss der Weihnachtsmann mit Hilfe dieser Gegenstände ein Verfahren entwerfen, mit dem er auch nach irdischen Maßstäben effizient seine Planung berechnen

kann. Das Problem ist nun das Folgende. Es gibt ganz ganz viele Geschenke, die an ganz ganz viele Kinder verteilt werden müssen. Die Geschenke sind nummeriert von 1 bis  $n$ . Jedes Geschenk ist eingepackt in Geschenkpapier und das ist entweder rot, blau, oder gelb. Weiterhin, hat jedes Geschenk ein gewisses Gewicht, welches in Unzen gemessen wird. Leider können nicht alle Geschenke gleichzeitig transportiert werden, denn sonst würden seinen Rentiere sofort streiken. Im Tarifvertrag, der durch das Vereinigte Rentier Direktorat (VeRDi) ausgehandelt wurde, ist festgelegt, dass ein Rentierschlitten mit maximal 78,5 kg bepackt werden darf. Gleichzeitig liegt die erlaubte Höchstgeschwindigkeit für Rentiergespanne bei 186,282397 Meilen pro Millisekunde. Ein Arbeitstag darf maximal 23 Stunden dauern. Alle fünf Stunden hat ein Rentier Anspruch auf eine viertel Stunde Pause. Der Weihnachtsmann benötigt nun einen Plan, wie er die Geschenke aufteilt, um möglichst wenig Touren zu fahren. Beachten muss er dabei natürlich für jede Tour die tarifvertraglichen Einschränkungen. Die Farben der Geschenke spielen überhaupt keine Rolle. Hat er eine passende Aufteilung gefunden, so kann er einfach mit Hilfe seinen Routenplaners Tim Tim, den er letztes Jahr zum Geburtstag geschenkt bekommen hat, den schnellsten Weg ausrechnen. Allerdings ist die Entfernung zwischen den zu beschenkenden Kindern aufgrund der hohen Geschwindigkeit zu vernachlässigen.

Hilf dem Weihnachtsmann indem du ihm detailliert ein Verfahren beschreibst, welches aus den obigen Informationen unter Zuhilfenahme der erwähnten Gegenstände in vernünftiger Zeit einen Plan zur Aufteilung der Geschenke erstellt.

Hinweis: Möglicherweise sind nicht alle Informationen zur Lösung notwendig.