

Prof. Dr. Ir. J.-P. Katoen  
C. Kern, S. Rieger, A. Skopalik

## Berechenbarkeit und Komplexität WS 2008/09 – Übungsblatt 7 –

Abgabe bis zum 5.12.2008 um 12:00 (Sammelkasten Lehrstuhl Informatik I)  
Besprechung der Lösungen in der Woche vom 8.-12.12.2008 in den Kleingruppenübungen

### Aufgabe 3

(5 Punkte)

- b) Wir zeigen zunächst, dass  $D_{\text{LOOP}} = \{i \in \mathbb{N} \mid P_i \text{ verwirft } i\}$  nicht durch Loop-Programme entscheidbar ist. Anschliessend zeigen wir, dass daraus folgt, dass  $A_{\text{LOOP}}$  nicht durch Loop-Programme entschieden werden kann.

Wir nehmen an,  $P_j$  sei das LOOP-Programm, das  $D_{\text{LOOP}}$  entscheidet. Was macht  $P_j$  auf der Eingabe  $j$ ?

Falls  $P_j$  auf  $j$  verwirft, folgt aus der Definition von  $D_{\text{LOOP}}$ , dass  $j \in D_{\text{LOOP}}$  gilt. In dem Fall müsste aber  $P_j$  auf  $j$  akzeptieren, wie aus der Definition von  $P_j$  folgt.

Falls  $P_j$  auf  $j$  akzeptiert, folgt aus der Definition von  $D_{\text{LOOP}}$ , dass  $j \notin D_{\text{LOOP}}$  gilt. In dem Fall müsste aber  $P_j$  auf  $j$  verwerfen, wie aus der Definition von  $P_j$  folgt.

Annahme:  $A_{\text{LOOP}}$  sei durch ein Loop-Programm  $P_{\text{LOOP}}$  entscheidbar. Wir konstruieren nun ein Loop-Programm  $P$ , welches  $D_{\text{LOOP}}$  entscheidet und  $P_{\text{LOOP}}$  als Unterprogramm benutzt. Bei Eingabe  $j$  führe  $P_{\text{LOOP}}$  mit  $(j, j)$  aus und akzeptiere, genau dann, wenn  $P_{\text{LOOP}}$  verwirft.

Partielle Korrektheit:

$j \in D_{\text{LOOP}} \Rightarrow P_j \text{ akzeptiert } j \text{ nicht} \Rightarrow (j, j) \notin A_{\text{LOOP}} \Rightarrow P_{\text{LOOP}} \text{ verwirft } (j, j) \Rightarrow P \text{ akzeptiert } j.$

$j \notin D_{\text{LOOP}} \Rightarrow P_j \text{ akzeptiert } j \Rightarrow (j, j) \in A_{\text{LOOP}} \Rightarrow P_{\text{LOOP}} \text{ akzeptiert } (j, j) \Rightarrow P \text{ verwirft } j.$

Also kann  $D_{\text{LOOP}}$  und damit auch  $A_{\text{LOOP}}$  nicht von einem LOOP-Programm entschieden werden.