

Berechenbarkeit und Komplexität WS 2008/09

– Übungsblatt 7 –

Abgabe bis zum 5.12.2008 um 12:00 (Sammelkasten Lehrstuhl Informatik I)
Besprechung der Lösungen in der Woche vom 8.-12.12.2008 in den Kleingruppenübungen

Aufgabe 3

(5 Punkte)

- b) Wir zeigen zunächst, dass $D_{\text{LOOP}} = \{i \in \mathbb{N} \mid P_i \text{ verwirft } i\}$ nicht durch Loop-Programme entscheidbar ist. Anschliessend zeigen wir, dass daraus folgt, dass A_{LOOP} nicht durch Loop-Programme entschieden werden kann.

Wir nehmen an, P_j sei das LOOP-Programm, das D_{LOOP} entscheidet. Was macht P_j auf der Eingabe j ?

Falls P_j auf j verwirft, folgt aus der Definition von D_{LOOP} , dass $j \in D_{\text{LOOP}}$ gilt. In dem Fall müsste aber P_j auf j akzeptieren, wie aus der Definition von P_j folgt.

Falls P_j auf j akzeptiert, folgt aus der Definition von D_{LOOP} , dass $j \notin D_{\text{LOOP}}$ gilt. In dem Fall müsste aber P_j auf j verwerfen, wie aus der Definition von P_j folgt.

Annahme: A_{LOOP} sei durch ein Loop-Programm P_{LOOP} entscheidbar. Wir konstruieren nun ein Loop-Programm P , welches D_{LOOP} entscheidet und P_{LOOP} als Unterprogramm benutzt. Bei Eingabe j führe P_{LOOP} mit (j, j) aus und akzeptiere, genau dann, wenn P_{LOOP} verwirft.

Partielle Korrektheit:

$j \in D_{\text{LOOP}} \Rightarrow P_j$ akzeptiert j nicht $\Rightarrow (j, j) \notin A_{\text{LOOP}} \Rightarrow P_{\text{LOOP}}$ verwirft $(j, j) \Rightarrow P$ akzeptiert j .

$j \notin D_{\text{LOOP}} \Rightarrow P_j$ akzeptiert $j \Rightarrow (j, j) \in A_{\text{LOOP}} \Rightarrow P_{\text{LOOP}}$ akzeptiert $(j, j) \Rightarrow P$ verwirft j .

Also kann D_{LOOP} und damit auch A_{LOOP} nicht von einem LOOP-Programm entschieden werden.