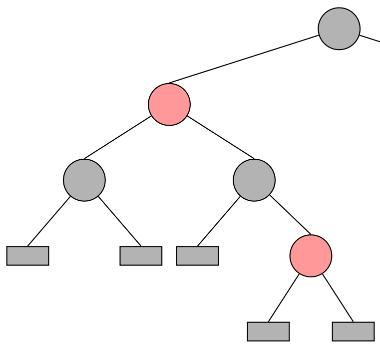
Prof. Dr. Ir. Joost-Pieter Katoen

Jonathan Heinen, Sabrina von Styp

Hinweise:

- Die Übungsblätter sollen in Gruppen von je 3 Studierenden aus der gleichen Kleingruppenübung bearbeitet werden.
- Die Lösungen müssen bis Montag, den 14. Juni um 11:00 Uhr in den entsprechenden Übungskasten eingeworfen werden. Sie finden die Kästen am Eingang Halifaxstr. des Informatikzentrums (Ahornstr. 55).
- Namen und Matrikelnummern der Studierenden sowie die Nummer der Übungsgruppe sind auf jedes Blatt der Abgabe zu schreiben. Heften bzw. tackern Sie die Blätter!
- Am Freitag den 18. Juni findet, keine Vorlesung statt, da der Audimax fremd belegt ist.

In dieser Übung werden zwei Höhenbegriffe genutzt. Einerseits die Schwarzhöhe und anderseits die Höhe eines Baumes. Für den folgenden Rot-Schwarz-Baum (in dem die Schlüsselwerte nicht angegeben sind) ist die Schwarzhöhe zwei (vergleiche Definition in der Vorlesung) und die Höhe vier (Längster Pfad von der Wurzel bis zu einem (externen) Blatt).



Aufgabe 1 (Rot-Schwarz-Bäume): (8 Punkte)

Bestimmen Sie die Anzahl verschiedener Rot-Schwarz-Bäume mit Schwarzhöhe *zwei*, wenn die Schlüsselwerte ignoriert werden. D.h. lediglich die Farbe eines Knotens und seine Position im Baum sind entscheidend. Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2 (Einfügen in einen Rot-Schwarz-Baum): (10+8 Punkte)

a) Die folgenden Werte sollen in einen leeren Rot-Schwarz-Baum eingefügt werden:

3, 2, 6, 13, 7

Zeichnen Sie den Baum jeweils nach dem Einfügen und nach jeder erfolgten Rotation und Umfärbung.

b) Zeigen Sie, dass die Schwarz-Höhe $bh(T)$ eines Rot-Schwarz-Baumes T bei jedem Einfügen eines Knotens gleich bleibt, oder sich um *genau eins* erhöht.

Aufgabe 3 (Anzahl roter Knoten im Rot-Schwarz-Baum): (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass zu jeder Höhe h ein Baum $B(h)$ existiert mit der folgenden Anzahl roter Knoten $r(B(h))$:

$$r(B(h)) = \sum_{i=2}^{h} \left((1 + (-1)^{i-h}) \cdot 2^{i-2}\right)$$