

Hinweise:

- Die Übungsblätter sollen in Gruppen von je 3 Studierenden aus der gleichen Kleingruppenübung bearbeitet werden.
- Die Lösungen müssen bis Montag, den 16. April um 11:00 Uhr in den entsprechenden Übungskasten eingeworfen werden. Sie finden die Kästen am Eingang Halifaxstr. des Informatikzentrums (Ahornstr. 55).
- Namen und Matrikelnummern der Studenten sowie die Nummer der Übungsgruppe sind auf jedes Blatt der Abgabe zu schreiben. Heften bzw. tackern Sie die Blätter!

Aufgabe 1 (Reihen):

(2+2 Punkte)

Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen für beliebige $n \in \mathbb{N}^{>0}$ gelten:

a) $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$ b) $\sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1} - 1$

Aufgabe 2 (Laufzeit):

(1+3+4 Punkte)

Gegeben sei der folgende Algorithmus zur Suche von Duplikaten in einem Array:

```
bool duplicate(int E[], int n) {
    for(int i = 0; i < n; i++)
        for(int j = i+1; j < n; j++)
            if(E[i] == E[j])
                return true;

    return false;
}
```

Er erhält ein Array E mit n Einträgen, für das er überprüft, ob zwei Einträge des Arrays denselben Wert besitzen.

Für die Average-Case Analyse gehen wir von folgenden Voraussetzungen aus:

- Mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.3 gibt es im Array ein Duplikat.
- Es gibt immer maximal ein Duplikat.
- Wenn ein Wert doppelt enthalten ist, so steht dieser Wert an der ersten Position im Array.
- Das zweite Auftauchen des Wertes ist an jeder (anderen) Position gleich wahrscheinlich.

Bestimmen Sie in Abhängigkeit von n ...

- die exakte Anzahl der Vergleiche von Einträgen des Arrays im Best-Case.
- die exakte Anzahl der Vergleiche von Einträgen des Arrays im Worst-Case.
- die exakte Anzahl der Vergleiche von Einträgen des Arrays im Average-Case.

Aufgabe 3 (Ungleichungen):

(2+2+2+2 Punkte)

Zeigen Sie die folgenden Aussagen für beliebige $n \in \mathbb{N}^{>0}$:

a) $n! \leq n^n$ b) $\sum_{i=1}^n (4 \cdot i + 3) \leq 4(n^2 + n)$ c) $\sum_{i=1}^n \log_2 i \leq \log_2 n^n$ d) $\log_2 n \leq 3 \cdot \log_4 n$