

Hinweise:

- Die Übungsblätter sind in Gruppen von je 3 Studierenden aus der gleichen Kleingruppenübung zu bearbeiten.
- Die Lösungen müssen bis Montag, den 4. Juni um 11:00 Uhr in den entsprechenden Übungskasten eingeworfen werden. Sie finden die Kästen am Eingang Halifaxstr. des Informatikzentrums (Ahornstr. 55).
- Namen und Matrikelnummern der Studenten sowie die Nummer der Übungsgruppe sind auf jedes Blatt der Abgabe zu schreiben. Heften bzw. tackern Sie die Blätter!
- Zur Bearbeitung der Aufgaben 3 wird Stoff aus der Vorlesung am Dienstag den 22. Mai benötigt.
- Das 8. Übungsblatt kommt am Freitag, den 25. Mai und ist bis Montag den 11. Juni zu bearbeiten.

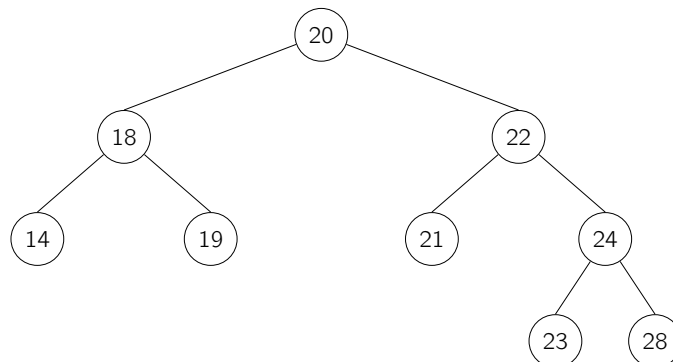
Aufgabe 1 (Binäre Suchbäume):

(3 + 4 + 3 Punkte)

- a) Geben Sie den binären Suchbaum an, der entsteht, wenn die folgenden Werte in gegebener Reihenfolge in einen *leeren* Suchbaum eingefügt werden:

8, 5, 3, 4, 7, 11, 10

- b) Gegeben sei der folgende binäre Suchbaum:



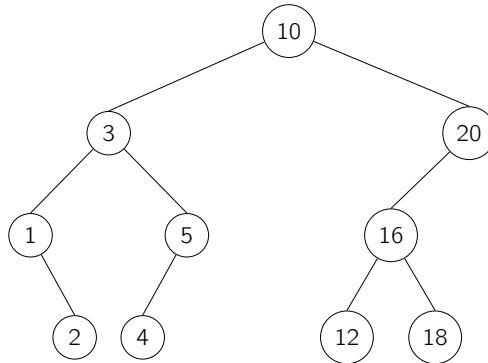
Geben Sie jeweils den binären Suchbaum an, der entsteht wenn, entsprechend dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren, nacheinander die Zahlen **14, 20, 22** aus dem gegebenen Baum gelöscht werden.

- c) In der Vorlesung wurde ein Verfahren zur *Bestimmung des Nachfolgers* eines Elementes im binären Suchbaum vorgestellt. Hierfür wird der Pfad zwischen den beiden Elementen zurückgelegt. Wie lang ist dieser Pfad maximal für einen Baum mit n Elementen? Beweisen Sie Ihre Aussage.

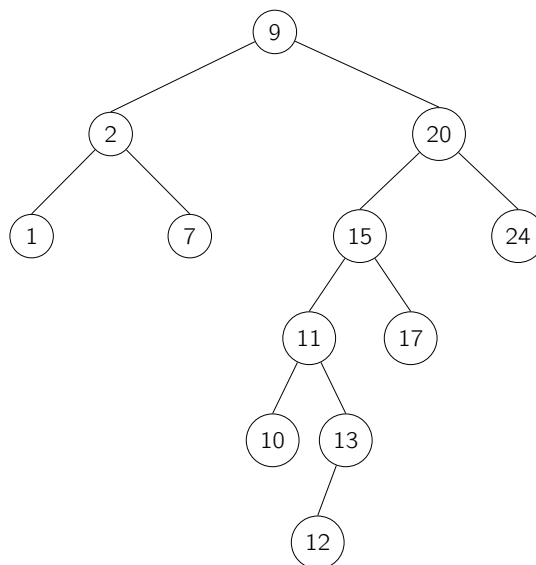
Aufgabe 2 (Rotationen):

(3 + 5 Punkte)

- a) Geben Sie für den folgenden binären Suchbaum die Binärbäume an, die entstehen, wenn eine **Rechtsrotation** auf den Knoten mit dem Wert **20** ausgeführt wird, dann eine **Linksrotation** auf den Knoten mit Wert **3** und zuletzt eine **Linksrotation auf die Wurzel** des entstandenen Baumes:



- b) Geben Sie **maximal vier Rotationen** an, die den folgenden Baum der **Höhe fünf** in einen Baum der **Höhe drei** transformieren. Geben Sie auch den Zustand des Baumes nach jeder Rotation an.



Aufgabe 3 (Rot-Schwarz Bäume):

(5 + 6 Punkte)

- a) Bestimmen Sie die Anzahl verschiedener Rot-Schwarz-Bäume mit Schwarzhöhe *zwei*, wenn die Schlüsselwerte ignoriert werden. D.h. lediglich die Farbe eines Knotens und seine Position im Baum sind entscheidend. Begründen Sie Ihre Antwort.
- b) Zeigen Sie, dass zu jeder Höhe *h* ein Rot-Schwarz-Baum $B(h)$ existiert mit der folgenden Anzahl roter Knoten $r(B(h))$:

$$r(B(h)) = \sum_{i=2}^h ((1 + (-1)^{i-h}) \cdot 2^{i-2})$$