Theorie regulärer MSC Sprachen

Christina Jansen

Lehrstuhl für Informatik 2
RWTH Aachen

SS 07

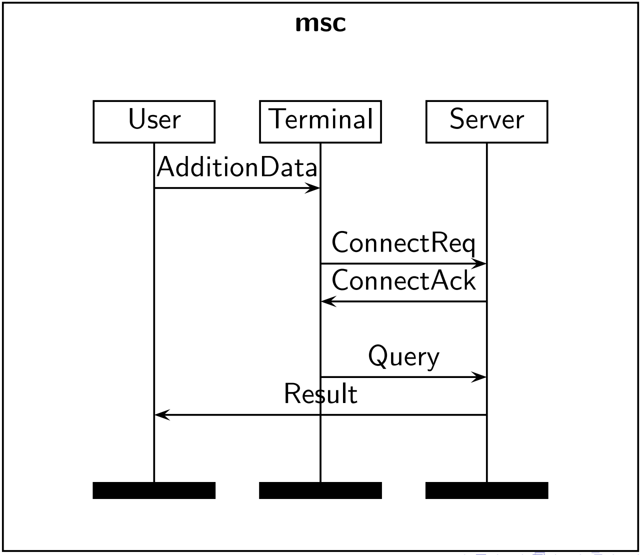
Inhaltsverzeichnis

Einführung

Message Sequence Charts - Überblick:

- beschreibt das Kommunikationsverhalten von Prozessen
- als Sequenzdiagramm z.B. in UML enthalten
- grafischer und textueller Formalismus
- Standard - ITU-TS Recommandation Z.120 - 1993 erstmalig eingeführt von der International Telecommunication Union (ITU)
- Modell eines Systems besteht meist aus einer Sammlung von MSCs

Beispiel: ein MSC



Inhaltsverzeichnis

Message Sequence Charts

Definition (Message Sequence Chart $= \langle P, E, C, l, m, <_{i,j}, <_p \rangle$)

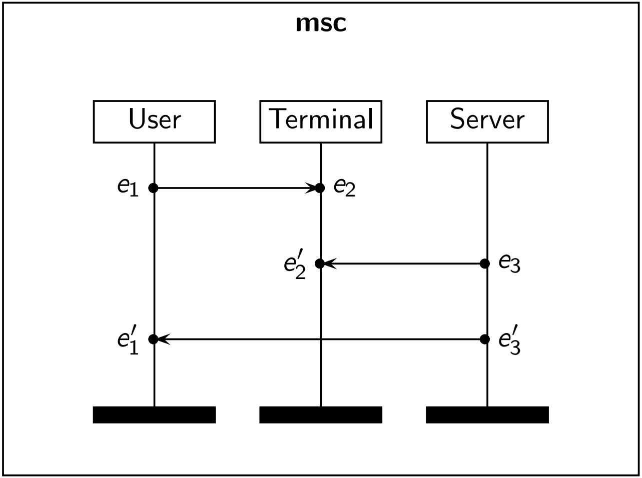
- P: eine endliche Menge von Prozessen oder Instanzen, $P = \{p_1, ..., p_n)\}$ mit $n \in \mathbb{N}$
- E: Menge von Ereignissen, S: Menge der Sendeereignisee, R: Menge der Empfangsereignisse
- C: endliche Menge von Namen für Nachrichten
- m: S $\rightarrow$ R, bijektive Funktion, die jedem Sendeereignis das zugehörige Empfangsereignis zuordnet

Message Sequence Charts

Definition (Message Sequence Charts II)

- l: Beschriftungsfunktion, l: E $\rightarrow \Sigma$ mit $\Sigma = \{p!q(a), p?q(a) | p \neq q \in P, a \in C\}$:
  - p!q(a): p sendet Nachricht a an q (bezeichnet Sendeereignis)
  - p?q(a): p empfängt Nachricht a von q (bezeichnet Empfangsereignis)
- $<_{i,j}$: Halbordnung auf Sendeereignissen des Prozesses P_i mit $1 \leq i \leq n$, und Empfangsereignissen des Prozesses P_j mit $1 \leq j \leq n$. Es gilt: s $<_{i,j}$ r, wenn m(s) $=$ r.
- $<_p$: Totalordnung auf den Ereignissen des Prozesses p

Beispiel



Bemerkung (Kanäle eines MSC M)

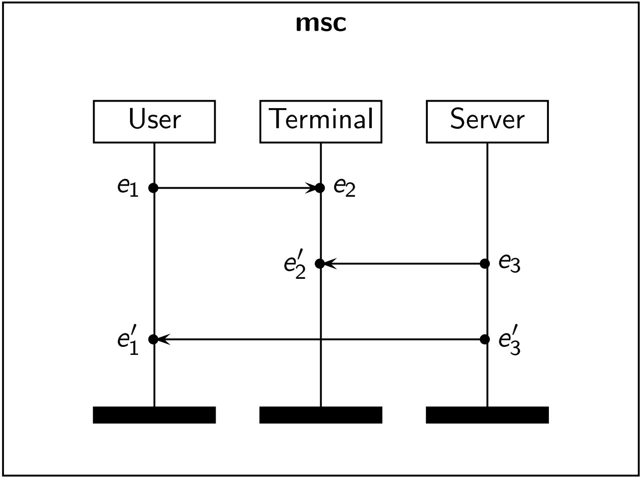
Für zwei verschiedene Prozesse $p, q \in P$ im MSC M bezeichnet das 2-Tupel (p, q) den (Nachrichten-)Kanal von p nach q.
$Ch = \{(p, q) |\ p \neq q; p, q \in P\}$.

Linearisierung eines MSC

Definition (Linearisierungen eines MSC)

$lin(M) =$
$\{l(\pi_1), ..., l(\pi_m) | (\pi_1, ...\pi_m)$ ist eine Totalordnung von $e_1, ..., e_m \in$
E mit $m \in \mathbb{N}$ und $m \leq$
$|E|$, die die vorhandenen Ordnungen respektiert$\}$.

- Linearisierung eines MSC ist Wort über dem Alphabet Σ
- Erweiterung der Halbordnung über Ereignissen zu einer Totalordnung
- ein MSC besitzt meist mehr als eine Linearisierung



Mögliche Linearisierungen:

User!Terminal Server!Terminal Terminal?User Terminal?Server Server!User User?Server

User!Terminal Terminal?User Server!Terminal Terminal?Server Server!User User?Server

Reguläre MSC Sprachen

Definition ((String) MSC Sprache)

Für eine Menge $\mathcal{M}$ von MSCs ist die von ihr erzeugte MSC-Sprache $L(\mathcal{M})$ die Menge aller Linearisierungen von MSCs in $\mathcal{M}$, d.h. $L(\mathcal{M})) = \bigcup \{lin(M) | M \in \mathcal{M}\}$.

Definition (Regularität von MSC Sprachen)

Die von M erzeugte MSC-Sprache $L(M)$ ist genau dann regulär, wenn $L(M)$ eine reguläre Teilmenge von Σ^* ist.

B-Beschränktheit

- $\#_a(w)$: Anzahl der Vorkommen von $a \in \Sigma$ in $w \in \Sigma^*$

Definition (B-Beschränktheit)

Ein MSC M wird B-beschränkt genannt ($B \in \mathbb{N}$), wenn jedes Wort σ aus $L(M) = lin(M)$ und für jedes Präfix τ des Wortes und jedes Paar $p, q \in P$ gilt: $\#_{p!q}(\tau) \geq \#_{q?p}(\tau)$ und $\#_{p!q}(\sigma) - \#_{q?p}(\sigma) \leq B$.

Theorem

Sei L eine reguläre Sprache. Dann existiert eine Schranke $B \in \mathbb{N}$, so dass L B-beschränkt ist.

Inhaltsverzeichnis

Die monadische Logik zweiter Ordnung

- Beschränkung der monadischen Logik durch Wahl von zwei zusätzlichen Parametern P und B
- $MSO(P, B) - Logik$
- betrachte hier immer $MSO(\Sigma)$
- speziell an MSC angepasste monadische Logik zweiter Ordnung

Bemerkung

Im Folgenden sei $\mathcal{M}(P, B)$ die Menge der B-beschränkten MSCs mit Prozessmenge P.

Syntax

Formelaufbau aus bekannten Elementen der FO-Logik:

- Variablen $x, y, \ldots$
- die logischen Symbole $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \exists$ *und* $\forall$
- die nichtlogischen Symbole $S, <, Q_a (a \in \Sigma)$ *und* $=$

und einer Erweiterung:

- Variablen 2. Ordnung (Mengenvariablen) X, Y
- atomare Formeln der Art X(x), Y(x) mit der Bedeutung: $x \in X$, $x \in Y$

Beispiel:
$\varphi = \exists x \exists y \exists Z : (Q_{p!q}(x) \wedge S(x,y)) \rightarrow (Q_{q?p}(y) \wedge Z(x) \wedge Z(y))$

Semantik

Interpretation $\mathcal{I} : Var \to E$:

- jeder Variablen x wird ein Ereignis $\mathcal{I}(x)$ aus der Ereignismenge E eines MSC $M \in \mathcal{M}(P, B)$ zugewiesen
- jeder Mengenvariablen X wird eine Teilmenge $\mathcal{I}(X)$ der Ereignismenge E eines MSC $M \in \mathcal{M}(P, B)$ zugewiesen

Erfüllbarkeitsbeziehung $\models$: $M \models_{\mathcal{I}} \varphi$, wenn

- $M \models_{\mathcal{I}} X(x)$ gdw. $\mathcal{I}(x) \in \mathcal{I}(X)$
- $M \models_{\mathcal{I}} S(x, y)$ gdw. im MSC direkt nach dem Ereignis $\mathcal{I}(x)$ das Ereignis $\mathcal{I}(y)$ folgt
- $M \models_{\mathcal{I}} Q_a(x)$ gdw. $l(\mathcal{I}(x)) = a$
- $M \models \varphi_1 \wedge \varphi_2$ gdw. $M \models \varphi_1$ und $M \models \varphi_2$
- $M \models \varphi_1 \vee \varphi$ gdw. $M \models \varphi_1$ und/oder $M \models \varphi_2$
- Rest analog

$MSO(P, B)$ - ein Beispiel

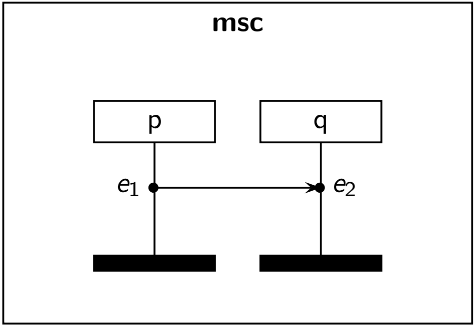
Sei $\varphi \in MSO(P, B)$ mit $P = \{p, q\}$ und $B = 1$.
$\varphi = \exists x \exists y \exists Z : (Q_{p!q}(x) \wedge S(x, y)) \rightarrow (Q_{q?p}(y) \wedge Z(x) \wedge Z(y))$

$MSO(P,B)$ - ein Beispiel

Sei $\varphi \in MSO(P,B)$ mit $P = \{p,q\}$ und $B = 1$.
$\varphi = \exists x \exists y \exists Z : (Q_{p!q}(x) \wedge S(x,y)) \rightarrow (Q_{q?p}(y) \wedge Z(x) \wedge Z(y))$

Interpretation $\mathcal{I}$:

- $\mathcal{I}(Z) = \{e_1, e_2\}$
- $\mathcal{I}(x) = e_1$
- $\mathcal{I}(y) = e_2$



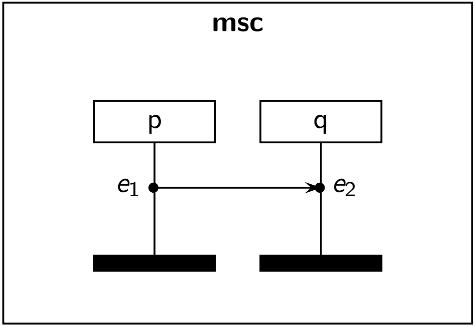
$MSO(P, B)$ - ein Beispiel

Sei $\varphi \in MSO(P, B)$ mit $P = \{p, q\}$ und $B = 1$.
$\varphi = \exists x \exists y \exists Z : (Q_{p!q}(x) \wedge S(x, y)) \rightarrow (Q_{q?p}(y) \wedge Z(x) \wedge Z(y))$

Interpretation $\mathcal{I}$:

- $\mathcal{I}(Z) = \{e_1, e_2\}$
- $\mathcal{I}(x) = e_1$
- $\mathcal{I}(y) = e_2$

$\Rightarrow M \models_{\mathcal{I}} \varphi$



$MSO(P, B)$-Sprache

Definition ($MSO(P, B)$-Sprache)

Sei φ eine geschlossene Formel, d.h. φ enthält keine freien Einzel- oder Mengenvariablen.
Die von φ erzeugte MSC Sprache ist wie folgt definiert:
$L(\varphi) = \{M \in \mathcal{M}(P, B) | M \models \varphi\}$.

Definition (Büchi's Theorem)

Eine Sprache L ist genau dann MSO-definierbar, wenn sie regulär ist.

$MSO(P, B) \longrightarrow MSC$

Theorem

Sei φ eine geschlossene MSO(P, B)-Formel. Dann ist die von φ erzeugte MSC Sprache L_φ regulär und B-beschränkt.

Beweisidee:

- B-Beschränktheit folgt direkt aus der Definition
- erstelle Formel $\hat{\varphi}$ aus $MSO(\Sigma)$, die dieselbe Sprache wie φ erzeugt:
  $(\exists X_{\mathcal{K}_0})(\exists X_{\mathcal{K}_1})...(\exists X_{\mathcal{K}_n})(COMP \wedge B - BOUNDED \wedge \|\varphi\|)$
- durch die Definition der Formel ist sichergestellt, dass $L_{\hat{\varphi}}$ nur von gültigen, B-beschränkten MSCs erfüllt wird, die auch φ erfüllen
- mit Existenz von $\hat{\varphi}$ folgt (Büchi's Satz) direkt die Regularität

Kapazitätsfunktionen

Menge der Kapazitätsfunktionen:

- $\{\mathcal{K}_0, \mathcal{K}_1, ..., \mathcal{K}_n\}$
- $\mathcal{K}_n \in \mathbb{N}^{Ch}$
- $\mathcal{K}^{++c}$: $\mathcal{K}^{++c}(c) = \mathcal{K}(c) + 1$ und $\mathcal{K}^{++c}(d) = \mathcal{K}(d)$ für $c \neq d$
- wegen B-Beschränktheit gibt es nur endlich viele verschiedene Kapazitätsfunktionen
- $X_{\mathcal{K}_i}$ ist Menge von Ereignissen, die bei Kanalkapazitäten $\mathcal{K}_i$ ausgeführt werden können

Beispiel:

$\mathcal{K}_0 = (n_1, \ldots, n_n)$ mit $n_1 = \ldots = n_n = 0$
$\mathcal{K}_i = (n_1, \ldots, n_n)$ mit $n_1 = \ldots = n_n = 1$

COMP

Der Formelteil COMP:

1. jedes Ereignis x kommt in genau einer Menge der Menge $\{X_{\mathcal{K}_0}, ..., X_{\mathcal{K}_n}\}$ vor.
2. Wenn x das erste Ereignis darstellt, dann muss $x \in X_{\mathcal{K}_0}$ gelten.
3. Wenn x das letzte Ereignis darstellt, dann gilt $Q_{q?p}(x)$ für ein c = (p, q) und $x \in X_{\mathcal{K}_m}$ mit $\mathcal{K}_m(c) = 1$ und $\mathcal{K}_m(d) = 0$ für alle $c \leq d$
4. Wenn y das Folgeereignis von x ist, $Q_{p!q}(x)$, $x \in X_{\mathcal{K}_i}$ und $y \in X_{\mathcal{K}_j}$ gilt, dann ist $\mathcal{K}_j = \mathcal{K}_i^{++c}$ mit $c = (p, q)$.
5. Analog gilt wenn y das Folgeereignis von x ist, $Q_{q?p}(x)$, $x \in X_{\mathcal{K}_i}$ und $y \in X_{\mathcal{K}_j}$ gilt, dann ist $\mathcal{K}_i(c) > 0$ und $\mathcal{K}_j = \mathcal{K}_i^{--c}$ mit $c = (p, q)$.

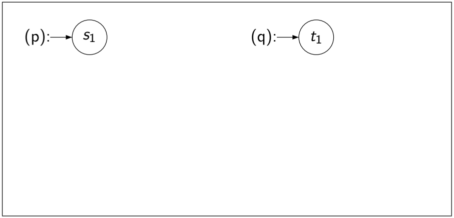
Inhaltsverzeichnis

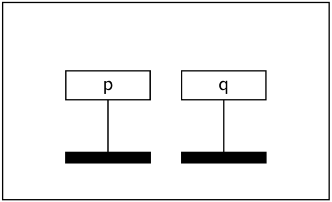
MPA

Definition (Message-Passing Automat)

- eine Struktur $\mathcal{A} = (\{\mathcal{A}_p\}_{p \in P}, C, s_{in}, F)$ über dem Alphabet Σ
- C: endliches Alphabet von Nachrichten
- jede Komponente $\mathcal{A}_p$ mit $p \in P$ aus der Menge $\{\mathcal{A}_p\}_{p \in P}$ endlicher Automaten hat die Form $(S_p, \longrightarrow_p)$, wobei
  - S_p: endliche Menge von p-lokalen Zuständen
  - $\longrightarrow_p \subseteq S_p \times \Sigma_p \times C \times S_p$: p-lokale Transitionsrelation mit $\Sigma_p := \{p!q | p \neq q\} \cup \{p?q | p \neq q\}$
- $s_{in} \in \prod_{p \in P} S_p$: globaler Anfangszustand
- $F \subseteq \prod_{p \in P} S_p$: Menge der globalen Endzustände

Beispiel-MPA

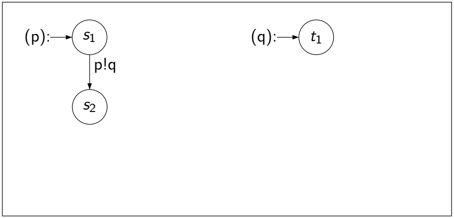


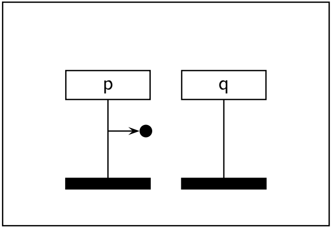


Kanalinhalte:

- (p, q): ϵ
- (q, p): ϵ

Beispiel-MPA

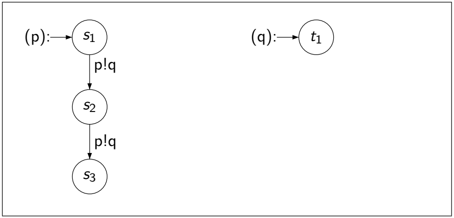


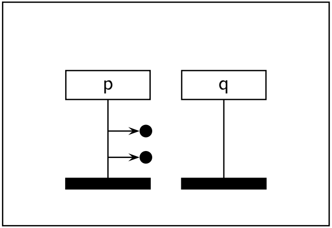


Kanalinhalte:

- (p, q): a
- (q, p): ϵ

Beispiel-MPA

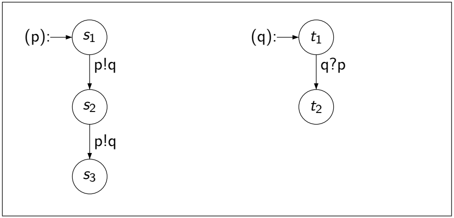


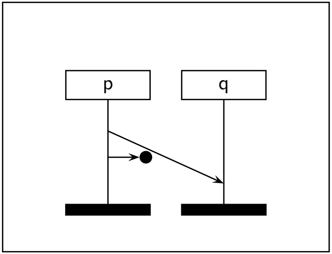


Kanalinhalte:

- (p, q): $a\ a$
- (q, p): ϵ

Beispiel-MPA

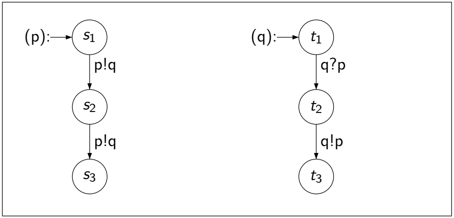


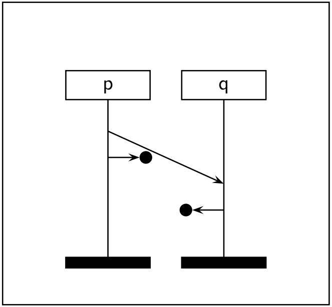


Kanalinhalte:

- (p, q): a
- (q, p): ϵ

Beispiel-MPA

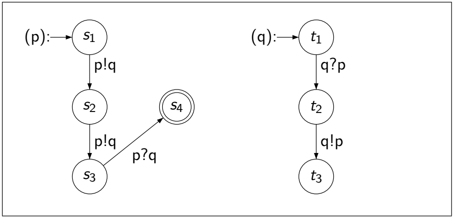


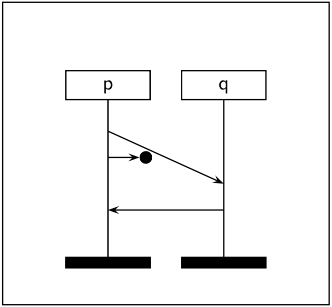


Kanalinhalte:

- (p, q): a
- (q, p): a

Beispiel-MPA

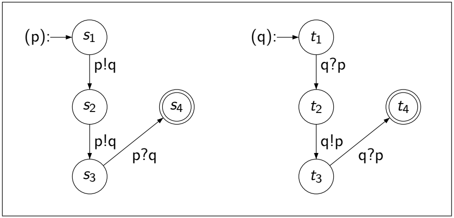


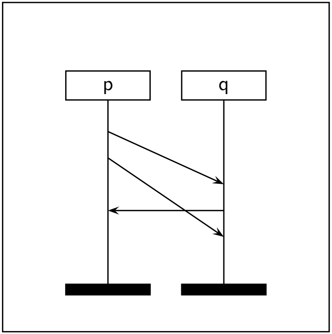


Kanalinhalte:

- (p, q): a
- (q, p): ϵ

Beispiel-MPA

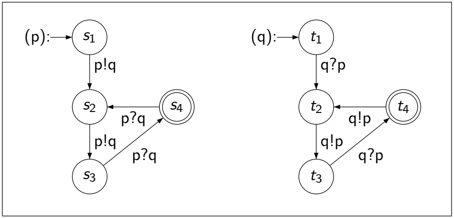


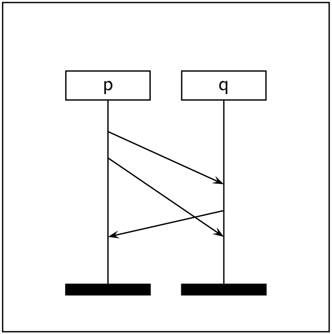


Kanalinhalte:

- (p, q): ϵ
- (q, p): ϵ

Beispiel-MPA





MSC lässt sich beliebig verlängern!

MPA

- eine *Konfiguration* von $\mathcal{A}$ ist ein 2-Tupel (s, χ) mit s als globalem Zustand und $\chi : Ch \rightarrow \Delta^*$
  - (s_{in}, χ_ϵ) ist die Anfangskonfiguration von $\mathcal{A}$
  - $F \times \{\chi_\epsilon\}$ ist die Menge der Endkonfigurationen
- $\Rightarrow$ bezeichnet die *globale Transitionsrelation* mit $\Rightarrow \subseteq Conf_{\mathcal{A}} \times \Sigma \times Conf_{\mathcal{A}}$

Beispiel Konfigurationsübergang:
$(s, \chi) \in Conf_{\mathcal{A}}$ und $(s_p, p!q, m, s'_p) \in \rightarrow_p$.

Dann ex. eine globale Transition (s, χ) $\overset{p!q(m)}{\Rightarrow}$ (s', χ').

Sprache eines MPA

Definition (Sprache eines MPA)

Die Sprache $L(\mathcal{A})$ eines Message-Passing Automaten ist definiert als $L(\mathcal{A}) = \{\sigma \in \Sigma^* | \mathcal{A} \textit{ akzeptiert } \sigma\}$.

Bemerkung

Sprache $L(\mathcal{A})$ ist MSC Sprache, aber nicht zwangsläufig regulär.

Denn: betrachte MPA mit nicht nach oben beschränkter Anzahl von Konfigurationen $\Rightarrow$ Sprache nicht regulär.

B-Beschränktheit

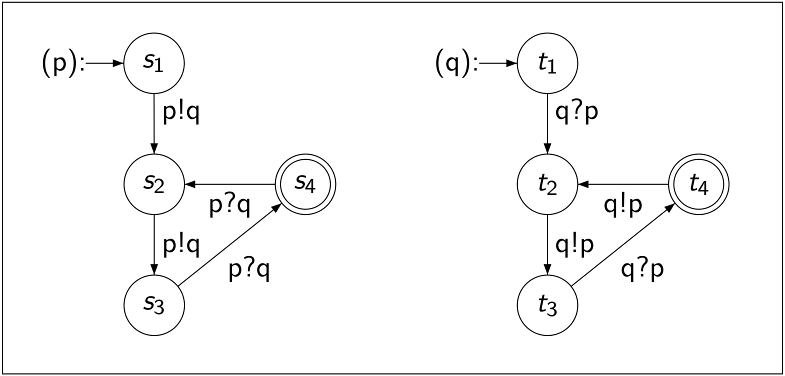
Definition (B-Beschränktheit)

- eine Konfiguration des Message-Passing Automaten $\mathcal{A}$ ist B-beschränkt, wenn $|\chi(c)| \leq B, \forall c \in Ch$
- ein Automat $\mathcal{A}$ ist B-beschränkt, wenn jede erreichbare Konfiguration $(s, \chi) \in Conf_{\mathcal{A}}$ B-beschränkt ist

Aus den Definitionen folgt direkt:

Theorem

Sei $\mathcal{A}$ ein B-beschränkter Message-Passing Automat über dem Alphabet Σ. Dann ist $L(\mathcal{A})$ eine B-beschränkte reguläre MSC Sprache.


(p):
s_1
p!q
s_2
s_4
p?q
p!q
p?q
s_3
(q):
t_1
q?p
t_2
t_4
q!p
q!p
q?p
t_3

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung

Ergebnisse im Vortrag:
Sei $L \subseteq \Sigma^*$ mit Σ als Beschriftungsalphabet der Prozesse P eines MSC M.

- Sei $\mathcal{A}$ ein B-beschränkter Message-Passing Automat über dem Alphabet Σ. Dann ist $L(\mathcal{A})$ eine B-beschränkte reguläre MSC Sprache.
- Sei φ eine gültige MSO(P, B)-Formel. Dann ist die von φ erzeugte MSC Sprache L_φ regulär und B-beschränkt.

Ergebnisse der Seminararbeit:
Sei $L \subseteq \Sigma^*$ mit Σ als Beschriftungsalphabet der Prozesse P eines MSC M. Folgende Aussagen sind dann äquivalent:

1. L ist eine reguläre MSC Sprache.
2. L ist eine B-beschränkte reguläre MSC Sprache für ein geeignetes $B \in \mathbb{N}$.
3. Es existiert ein B-beschränkter Message Passing Automat $\mathcal{A}$ mit $L(\mathcal{A}) = L$.
4. L ist $MSO(P, B)$-definierbar für ein geeignetes $B \in \mathbb{N}$.