

Vorkurs Informatik 2010 - Diskrete Strukturen

Prof. Dr. Ir Joost-Pieter Katoen
Dipl.-Inf Jonathan Heinen

Lehrstuhl Informatik 2
RWTH Aachen University

31. März und 1. April 2010

www-i2.informatik.rwth-aachen.de/i2/vorkurs

Inhalt

- 1 Mengen
- 2 Abbildungen und Relationen
- 3 Beweise
- 4 Graphentheorie I
- 5 Graphentheorie II

Outline

- 1 Mengen
 - Mengen
 - Elementbeziehungen
 - Operationen
- 2 Abbildungen und Relationen
- 3 Beweise
- 4 Graphentheorie I
- 5 Graphentheorie II

Mengen

Mengen

Notation der Menge durch Aufzählung aller in ihr enthaltenen Elemente:

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

oder durch Angabe einer Eigenschaft, die alle Objekte erfüllen, die zur Menge gehören:

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ ungerade}\}$$

Bekannte Mengen

- $\mathbb{N}$ - die Menge der natürlichen Zahlen ohne die 0,
- $\mathbb{N}_0$ - die Menge der natürlichen Zahlen mit der 0,
- $\mathbb{Z}$ - die Menge der ganzen Zahlen
- $\mathbb{Q}$ - die Menge der rationalen Zahlen
- $\mathbb{R}$ - die Menge der reellen Zahlen
- $\emptyset = \{\}$ - die leere Menge

Elementbeziehungen

Notationen

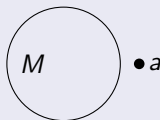
$a \in M$ a ist Element der Menge M

$a \notin M$ a ist nicht Element von M

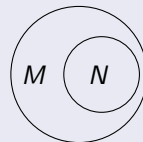
$N \subseteq M$ alle Elemente der Menge N sind auch Elemente von M .



$a \in M$



$a \notin M$



$N \subseteq M$

Elementbeziehungen (Beispiele)

Beispiele

- $a \in \{a, \{2, 1\}, 5\}$
- $\{1, 2\} \in \{a, \{2, 1\}, 5\}$
- $\{1, 5\} \notin \{a, \{2, 1\}, 5\}$
- $\{2, 4, 6, 8\} \subseteq \{a \in \mathbb{N} \mid a \text{ ist gerade}\}$
- $\emptyset \subseteq \{a, b, c\}$

Leere Menge

Für jede Menge M gilt:

$$\emptyset \subseteq M$$

Operationen

Operationen auf Mengen:

- die *Schnittmenge* von A und B :

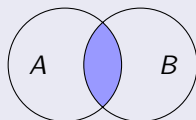
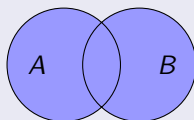
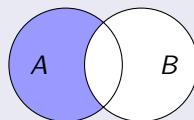
$$A \cap B := \{x \mid x \in A \text{ und } x \in B\},$$

- die *Vereinigung* von A und B :

$$A \cup B := \{x \mid x \in A \text{ oder } x \in B\},$$

- die *Differenz* von A und B :

$$A \setminus B := \{x \mid x \in A \text{ und } x \notin B\},$$

 $A \cap B$  $A \cup B$  $A \setminus B$

Operationen (Beispiele)

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$$

$$A \cap B = \{1, 3, 5\}$$

$$A \setminus B = \{2, 4\}$$

$$A = \{a \in \mathbb{N} \mid a \text{ ist gerade}\}, B = \{a \in \mathbb{N} \mid a \text{ ist ungerade}\}$$

$$A \cup B = \mathbb{N}$$

$$A \cap B = \emptyset$$

$$A \setminus B = A$$

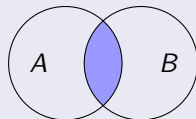
$$\mathbb{N} \setminus A = B$$

Operationen (Kommutativ)

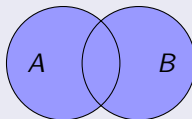
Vereinigung und Schnitt sind *kommutativ*. Es gilt:

$$A \cap B = B \cap A.$$

$$A \cup B = B \cup A.$$



$$A \cap B = B \cap A$$



$$A \cup B = B \cup A$$

Potenzmenge

Potenzmenge

Die *Potenzmenge* $\mathcal{P}(M)$ der Menge M ist die Menge aller Teilmengen von M :

$$\mathcal{P}(M) := \{N \mid N \subseteq M\}.$$

Beispiel

Für $M := \{1, 2, 3\}$ gilt:

$$\mathcal{P}(M) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$$

Für die leere Menge gilt:

$$\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$$

Für die Menge die nur die leere Menge enthält:

$$\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$$

Kartesische Produkt

Kartesische Produkt

$$A \times B := \{(a, b) \mid a \in A \text{ und } b \in B\}.$$

Beispiel

Für $A := \{a, b, c\}$ und $B := \{1, 2, 3\}$ gilt:

$$A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3), (c, 1), (c, 2), (c, 3)\}$$